Prof.Dr. Neuber (em.) / 04.01.09

Bruchrechnung

1. $\frac{a+b}{b}\cdot\frac{c}{2d}\cdot\frac{a-b}{b+c}$ (zusammenfassen)

2. Der Doppelbruch soll so umgeformt werden, dass gar kein Bruch mehr auftritt:

$\frac{a^2b^{-4}}{c^2} : \frac{b^{-4}a^{-3}}{a^{-1}c^{-2}}$ erst Doppelbruch beseitigen (B3),dann Potenzgesetze anwenden).

3. $\frac{\frac{2xy}{z}}{\frac{x^2y}{2z}}$ (vereinfachen)

4. $\frac{x-y}{x+y}+\frac{x^2-y^2}{y}$ (in ein Produkt verwandeln)

5. $(a+b) : \frac{c}{a^2-b^2}$ ((B3) anwenden)

6. $\frac{2-x}{4-x^2}$ (vereinfachen)

7. Weise nach, dass

a) $\frac{x-y}{y^2-x^2}=-\frac{1}{x+y}$

b) $\frac{\frac{a}{b}-\frac{x}{y}}{\frac{a}{b}+\frac{x}{y}}=\frac{ay-bx}{ay+bx}$

c) $\frac{x}{y-x}+\frac{2x}{x+y}+\frac{y}{x-y}=\frac{x-y}{x+y}$

Lösungen

Grundformeln

$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$; $b,d\neq 0$ (B1)

$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$; $b,d\neq 0$ (B2)

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \quad ; b, d, c \neq 0 \qquad (B3)$

$\frac{a}{0}$ $nicht\ def.\ \ und\ \ \frac{0}{a} = 0\ ,\ a \neq 0\ ;\ \frac{0}{0}\ \ unbestimmt$ (B4)

$a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$; $b \neq 0$ (B5)

$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ (B6) „Kürzen“, die Gleichung von rechts nach links gelesen „Erweitern“.
Beachte: Alle Gleichungen müssen generell in beide Richtungen gelesen werden

<u>Bruchrechnung</u>

1. $\frac{a+b}{b} \cdot \frac{c}{2d} \cdot \frac{a-b}{b+c} = \frac{(a+b) \cdot c \cdot (a-b)}{b \cdot 2d \cdot (b+c)} = \frac{(a^2-b^2)c}{2bd(b+c)} = \frac{a^2c-b^2c}{2b^2d+2bcd}$

2. $\frac{a^2b^{-4}}{c^2} : \frac{b^{-4}a^{-3}}{a^{-1}c^{-2}} = \frac{a^2b^{-4}a^{-1}c^{-2}}{c^2b^{-4}a^{-3}} = a^4c^{-4}$

3. $\frac{\frac{2xy}{z}}{\frac{x^2y}{2z}} = \frac{2xy}{z} \cdot \frac{2z}{x^2y} = \frac{4}{x}$

4. $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x^2-y^2}{y} = \frac{x-y}{x+y} + \frac{(x+y)(x-y)}{y} = (x-y)\left(\frac{1}{x+y)} + \frac{x+y}{y}\right), auch = (x-y)\left(\frac{1}{x+y)} + + \frac{x}{y} + 1\right)$

5. $(a+b) : \frac{c}{a^2-b^2} = (a+b) \cdot \frac{a^2-b^2}{c} = \frac{(a+b)^2(a-b)}{c}$

6. $\frac{2-x}{4-x^2} = \frac{2-x}{(2+x)(2-x)} = \frac{1}{2+x}$

7a) $\frac{x-y}{y^2-x^2} = \frac{x-y}{(y-x)(y+x)} = \frac{x-y}{(-1)(x-y)(x+y)} = -\frac{1}{x+y}$

7b) $\frac{\frac{a}{b}-\frac{x}{y}}{\frac{a}{b}+\frac{x}{y}} = \frac{\frac{ay-bx}{by}}{\frac{ay+bx}{by}} = \frac{ay-bx}{by} \cdot \frac{by}{ay+bx} = \frac{ay-bx}{ay+bx}$

7c) $\frac{x}{y-x} + \frac{2x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = -\frac{x}{x-y} + \frac{2x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{-x+y}{x-y} + \frac{2x}{x+y}$

$$=\frac{(y-x)(y+x)+2x(x-y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{y^2-x^2+2x^2-2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{x^2-2xy+y^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{x-y}{x+y}$$